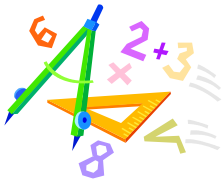
A feladatokat írta:
Pécsi István, Szolnok

Lektorálta:
Balázs Barbara, Budapest



Név:

.....

Iskola:

.....

Beküldési határidő: 2026. november 30.

Curie Matematika Emlékverseny
10. évfolyam I. forduló
2026/2027.

Feladat	1.	2.	3.	4.	5.	Összesen
Elérhető	10 pont	10 pont	10 pont	10 pont	10 pont	50 pont
Elért						

1. feladat **10 pont**

Hány olyan pozitív egész szám van a tízes számrendszerben, amelyben 1 darab „1”, 8 darab „8”, 6 darab „6” és 7 darab „7” szerepel, és más nem? Közülük hány olyan van, amely osztható „4”-gyel?

2. feladat **10 pont**

Adott az AB átfogójú ABC egyenlőszárú derékszögű háromszög, átfogójának hossza 12 cm.

a) A k_1 kör a háromszög síkjában egyenlő távolságra van a háromszög mindhárom csúcsától, és a háromszög mindhárom csúcsa a körön kívül van. Hol van a kör középpontja? Mekkora (lehet) a kör sugara?

b) Adja meg a C középpontú k_2 kört úgy, hogy a k_2 kör(vonal) a háromszög síkjában egyenlő távolságra legyen a háromszög mindhárom csúcsától. Mekkora a kör sugara?

c) Mekkora a k_1 kör sugara, ha a két kör érinti egymást?

d) Adjon meg úgy egy a k_2-től különböző k_3 kört, hogy a k_3 kör(vonal) a háromszög síkjában egyenlő távolságra legyen a háromszög mindhárom csúcsától, de a C a körön belül, az A és a B a körön kívül legyen! (Elegendő egy vázlatrajz a megfelelő magyarázattal.)

Kör(vonal) és pont távolsága: a pont és a körvonal tetszőleges pontja közötti távolságok közül a legkisebb.

3. feladat **10 pont**

Legyen $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ a következő függvény:

$$f(x) = \begin{cases} 1, \text{ha } x \text{ racionális szám;} \\ 2, \text{ha } x \text{ irracionális szám.} \end{cases}$$

(Az ilyen függvényt Dirichlet típusú függvénynek is szoktuk nevezni.)

a) Mennyi $f(1867) + f(1934)$?

b) Mennyi $f\left(1867\sqrt{1940}\right) + f\left(1934\sqrt{1867}\right)$?

c) Mennyi $f\left(1867\sqrt{1940}\right) + f\left(1934\sqrt{1867}\right) + f\left(1867\sqrt{1940} \cdot 1934\sqrt{1867}\right)$?

d) Mennyi $f\left(\left(\sqrt{1940} + \sqrt{1867}\right)\left(\sqrt[8]{1934} + \sqrt[8]{1867}\right)\left(\sqrt[4]{1934} + \sqrt[4]{1867}\right)\left(\sqrt[8]{1934} - \sqrt[8]{1867}\right)\right)$?

Válaszait indokolja!

4. feladat **10 pont**

n darab egymást követő egész szám összege 1867 (n pozitív egész szám).

a) Lehet-e az n páros szám?
b) Lehet-e az $n = 3$?
c) Lehet-e az $n = 4$?
d) Lehet-e az n páratlan szám?

Amennyiben a válasz „igen”, elegendő egy a feltételnek megfelelő példát mutatnia. Amennyiben a válasz „nem”, igazoljuk ezt.

5. feladat **10 pont**

Legyen adott az $A(2;3), B(-2;3), C(-2;-3),\ D(2;-3)$ pont.

a) Milyen négyszög az $ABCD$ négyszög? Miért? Mekkora a területe?

b) Írjunk az $ABCD$ négyszög köré $PQRS$ téglalapot, azaz illeszkedjen a PQ oldalra az A pont, a QR oldalra a B pont, az RS oldalra a C pont, végül az SP oldalra az D pont. Mekkora a $PQRS$ téglalap területének maximuma? Miért ennyi a maximum?